L3 - Signaux et systèmes continus

TD 1 - Rappels

Rémi Flamary

Exercice 1 Représentation des signaux

1. Représenter les signaux suivants en fonction du temps t
   1. $\Pi_T(t-1)$ pour $T=1$ et $T=3$
   2. $t\Gamma(t)$
   3. $(t-2)\Gamma(t-3)$
   4. $(-t-3)\Gamma(t-2)\Gamma(-t+3)$
   5. $e^{-at}\Gamma(t-1)$
2. Représenter le signal triangulaire suivant :

$$x(t) = \begin{cases} 1+t & \text{pour } -1 \leq t \leq 0 \\ 1-t & \text{pour } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

   Ainsi que les transformations de $x(t)$ suivantes
   1. $x(3t)$
   2. $x(3t+2)$
   3. $x(-2t-1)$
   4. $x(2(t+2))$
   5. $x(2(t-2))$
   6. $x(3t)+x(3t+2)$

Exercice 2 Energie et Puissance

Rappels :
Puissance moyenne :

$$Pm = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt \tag{1}$$

Puissance du signal sur une période :

$$P_T = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt \tag{2}$$

1. Tracer les signaux suivants puis calculer leur énergie et leur puissance moyenne :
   1. $x(t) = \Gamma(t)e^{-at}$ avec $a>0$
   2. $x(t) = A\cos(2\pi f_0 t)$ avec $A>0$,$f_0>0$

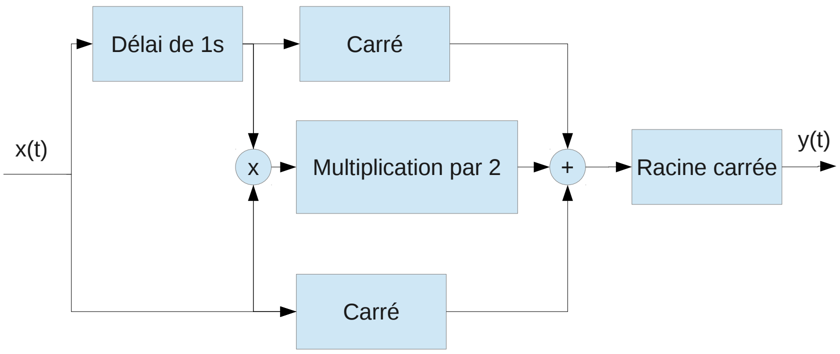
3. $x(t) = \begin{cases} 5\cos(\pi t) & \text{pour} -1 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$
4. $x(t) = t\Gamma(t)$
5. $x(t) = \Pi_T(t)$
6. $x(t) = \begin{cases} t & \text{pour} 0 \leq t \leq 1 \\ 2-t & \text{pour} 1 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

2. Soit un signal périodique de période $4T$ contaminé par un bruit additif de type sinusoïdal $b(t) = Acos(2\pi f_0 t)$ avec A quelconque et $f_0 = 50$ Hz. Donner le rapport signal sur bruit de l'ensemble si :

$$s(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } |t| > T \\ t+T & \text{pour } -T \leq t \leq 0 \\ T-t & \text{pour } 0 < t \leq T \end{cases} \tag{3}$$

Exercice 3 Systèmes

1. La relation d'entrée/sortie d'un système est $y(t) = x^2(t)$. Montrer que ce système n'est pas linéaire.
2. Déterminer si les systèmes suivant sont stables, causaux, avec mémoire, linéaires et invariants.
   1. $y(t) = x(t)cos(wt)$
   2. $y(t) = \cos(x(t))$
   3. $y(t) = 2x(t)\Gamma(t)$
   4. $y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau$
   5. $y(t) = \int_{-\infty}^{t/2} x(\tau)d\tau$
   6. $y(t) = \frac{d}{dt}(e^{-t}x(t))$
   7. $y(t) = x(2-t)$
3. Soit le système suivant :



— Donner la relation explicite entre $x(t)$ et $y(t)$.
— Le système est-il linéaire, invariant, stable, causal ?