

# Traitement du signal avancé

## TD - Discrimination linéaire

Rémi Flamary

### Exercice 1 Régression logistique régularisée

Soit les données d'apprentissage suivantes :

<i>Index</i>	$\mathbf{x}_i$	$y_i$
1	$[1 \ 1]^\top$	-1
2	$[2 \ 1]^\top$	-1
3	$[4 \ 3]^\top$	1
4	$[4 \ 4]^\top$	1

1. Tracer les points d'apprentissage dans le plan 2D.
2. On cherche à minimiser la fonction de coût suivante :

$$J(\boldsymbol{\alpha}) = \sum_i \log(1 + \exp(-y_i \tilde{\mathbf{x}}_i^\top \boldsymbol{\alpha})) + \frac{\lambda}{2} \|\mathbf{w}\|^2 \quad (1)$$

Calculer le gradient de cette fonction en vous vous aidant du cours. Vous pourrez séparer le gradient par rapport à  $\mathbf{w}$  et  $b$ .

3. Rappeler l'algorithme de la méthode du gradient. Écrire l'algorithme pour le problème de minimisation de  $J(\boldsymbol{\alpha})$ .
4. Calculer les 2 premières itérations de cet algorithme en prenant  $\boldsymbol{\alpha} = [0, 0, -0.5]^\top$ ,  $\mu = .1$  et  $\lambda = 1$ . Calculer pour chaque itération le coût  $J(\boldsymbol{\alpha})$  et le vecteur  $\boldsymbol{\alpha}$  correspondant.
5. Calculer la norme du gradient à la seconde itération.
6. Après 500 itérations on obtient un vecteur  $\boldsymbol{\alpha} = [0.71, 0.71, -3.55]^\top$ . Calculer le gradient  $\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} J(\boldsymbol{\alpha})$  en ce point et sa norme. Ce vecteur peut-il être considéré comme solution du problème ?
7. Tracer sur le nuage de point la frontière de décision pour la solution après 2 itérations et pour le  $\boldsymbol{\alpha}$  obtenu après 500 itérations.

### Exercice 2 Perceptron

On travaille sur les données d'apprentissage de l'exercice 1.

1. Tracer les points d'apprentissages dans le plan 2D.
2. Rappeler l'algorithme du perceptron vu en cours.
3. Calculer les 4 premières itérations de cet algorithme en prenant  $\boldsymbol{\alpha} = [0, 0, -3]^\top$ ,  $\mu = .5$  et en parcourant les exemples dans l'ordre  $[1, 2, 3, 4]$ .
4. Calculer les 4 premières itérations de cet algorithme avec les mêmes paramètres mais en parcourant les exemples dans l'ordre  $[3, 4, 2, 1]$ .
5. Tracer sur le nuage de point la frontière de décision pour les deux solutions obtenues.